

Олимпиада «Алые паруса» для обучающихся 4-8-х классов, математика,

2025/2026 учебный год

Заключительный этап, 4 класс

Критерии оценивания

Задание 1. Когда число увеличили на 3, его последняя цифра уменьшилась. На сколько?

Решение: Так как последняя цифра после сложения уменьшилась, то исходное число должно оканчиваться на 7 или 8, или 9 (иначе последняя цифра увеличится). В каждом из этих случаев последняя цифра суммы на 7 меньше последней цифры исходного числа. Если была 7, то стала 0. Если была 8, то стала 1. Если была 9, то стала 2.

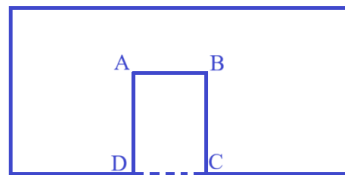
Критерии оценивания: Верное обоснованное решение – 7 баллов.

Рассмотрены верные примеры с конкретными числами, оканчивающимися на 7, 8, 9 - 5 баллов.

Рассмотрен только один верный пример – 2 балла.

Только верный ответ – 1 балл.

Задание 2. Когда из листа бумаги вырезали прямоугольник ABCD так, как показано на рисунке, периметр листа увеличился на 8, а площадь листа уменьшилась на 4. Чему равна длина отрезка АВ?



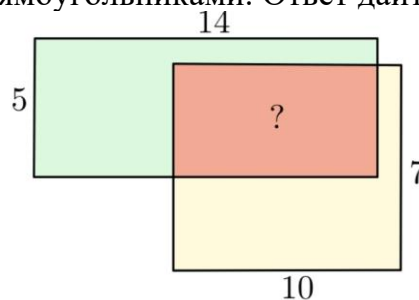
Решение:

(1) При вырезании прямоугольника ABCD периметр листа возрастает на сумму длин отрезков AD и BC. Эти отрезки равны между собой, следовательно, каждый из них имеет длину $8:2=4$.

(2) Кроме того, ясно, что площадь листа уменьшилась ровно на величину площади ABCD, следовательно площадь прямоугольника ABCD равна 4, а значит, его стороны AB и CD равны 1.

Критерии оценивания: Верное обоснованное решение – 7 баллов. Сделан только вывод (1) или только вывод (2) – 2 балла. Только верный ответ – 1 балл.

Задание 3. Два прямоугольника размерами 5 см х 14 см и 7 см х 10 см наложены друг на друга так как показано на рисунке. Площади трёх образовавшихся частей равны. Найдите площадь той части, которая покрыта обоими прямоугольниками. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



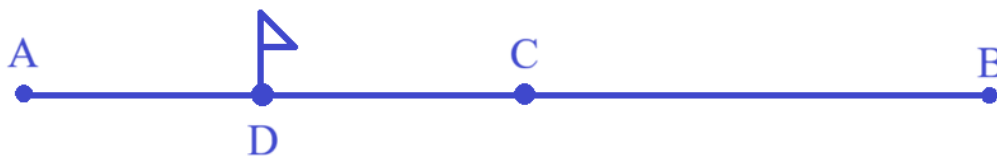
Решение: Площадь зелёная + жёлтая + красная + красная = $70 + 70 = 140 \text{ см}^2$.

Так как площади зелёная = жёлтой = красной, то площадь 4 красных = 140 см^2 . Следовательно, площадь красной части = $140:4 = 35 \text{ см}^2$.

Критерии оценивания: Верное обоснованное решение – 7 баллов. Верно найдена площадь красной части, но нет дальнейшего рассуждения – 4 балла. Найдены только площади прямоугольников – 2 балла. Только верный ответ – 1 балл.

Задание 4. Два одинаковых кораблика швартуются на пристани А и ходят на пристань В с одинаковыми постоянными скоростями. Один кораблик отчалил от пристани А, чтобы быть на пристани В ровно в 9:00. По дороге капитан этого кораблика понял, что забыл на пристани А матроса, мгновенно развернулся, моментально написал капитану второго кораблика, чтобы тот сразу же шёл с матросом к нему навстречу. Встретившись со вторым корабликом, капитан

первого корабля мгновенно забрал матроса, развернулся и пошел обратно к пристани В, опоздав на 4 минуты. А капитан второго кораблика развернулся и пошел на пристань А. Сколько времени занимает дорога от пристани А до пристани В, если второй кораблик вернулся на пристань А в 8:55?



Решение:

- (1) Кораблики ходят с одинаковой скоростью, поэтому время, за которое кораблики прошли расстояния AD и DC одинаковое.
- (2) Кроме того, если бы первый кораблик не возвращался, то он прошел бы $AB = AD + DC + CB$. Но так как он возвращался, он прошел $AD + DC + CD + DC + CB = AB + 2CD$ и опоздал на 4 минуты. Получаем, что расстояние CD кораблик проходит за 2 минуты.
- (3) Из (1) и (2) получаем, что AD проходит тоже за 2 минуты.
- (4) Второй кораблик, прошел расстояние AD за 2 минуты и причалил в пункт А в 8:55. Получаем, что встреча состоялась в 8:53.
- (5) Первый кораблик причалил в пункт В в 9:04 (так как должен был в 9:00, но опоздал на 4 минуты). Получается, что расстояние DB с момента встречи он прошел за 11 минут.
- (6) Общее время прохождения расстояния AB $2 + 11 = 13$ минут.

Критерии оценивания: Верное обоснованное решение – 7 баллов. За каждое верное рассуждение (1) – (6) – 1 балл. Только верный ответ – 1 балл.

Задание 5. На контрольной работе по математике присутствовало 30 учеников. Они сели за парты так, что каждый мальчик сидит с девочкой, и ровно половина девочек сидит с мальчиками. Сколько девочек присутствовало на контрольной работе?

Решение: Из условия следует, что количество мальчиков равно половине количества девочек (половина девочек сидит с мальчиками и все мальчики сидят с девочками). (две части класса – девочки, одна часть всего класса - мальчики). Значит мальчиков – треть от количества учеников, то есть 10. Значит, девочек было 20.

Критерии оценивания: Верное обоснованное решение – 7 баллов. Решение строится на предположении, что в классе 20 девочек (или 10 мальчиков) и ведутся дальнейшие правильные рассуждения – 5 баллов. Только верный ответ – 1 балл.

Задание 6. По кругу сидят 2026 человек, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжет. Каждый человек сказал обо всех, кроме себя и своих соседей: «Все они - лжецы». Сколько рыцарей за этим столом?

Решение:

- (1) Заметим, что все сидящие за столом лжецами быть не могут – тогда получится, что все они говорят правду.
- (2) Кроме того, не может быть, что за столом ровно один рыцарь: ведь тогда окажется, что правду говорят его соседи-лжецы.
- (3) Также заметим, что рыцарей не может быть три или больше. Ведь тогда найдутся два рыцаря, которые не сидят рядом, и получится, что оба они лгут.
- (4) Если же за этим столом ровно два рыцаря, которые при этом сидят рядом, то все условия задачи оказываются выполненными.

Поэтому единственно возможный вариант: два рыцаря.

Критерии оценивания: Верное обоснованное решение – 7 баллов. За каждый верный вывод (1) – (3) – 2 балла. Если только верно проведено рассуждение (4), но нет предыдущих рассуждений, то 1 балл.